

MODELACIÓN MATEMÁTICA DE *ALTERNARIA SOLANI* SOR. EN PAPA EN FUNCIÓN DE LAS VARIABLES METEOROLÓGICAS Y LA EDAD DEL CULTIVO

Leónides Castellanos,¹ Teresa Rivero,¹ Ángela Porras² y José Pajón²

¹ Laboratorio Provincial de Sanidad Vegetal. Carretera de Palmira Km 4, Cienfuegos, c. e.: leonides@eimacfg.co.cu

² Instituto de Investigaciones de Sanidad Vegetal. Calle 110 no. 514 e/ 5a. B y 5a. F, Playa, Ciudad de La Habana, CP 11600

RESUMEN

Con la información de la dinámica de *Alternaria solani* Sor., causante del tizón temprano de la papa durante 15 campañas del cultivo, se desarrolló un estudio de modelación matemática de varios parámetros biológicos de la enfermedad en función de la edad del cultivo y de las variables meteorológicas. Los modelos lineales no fueron eficientes, mientras que el mejor ajuste y confiabilidad para caracterizar la tasa de dispersión se logró con el modelo exponencial: $Y = 1 - \exp -(\exp(-24,2205) \times (\text{edad}^4)^{0,083}) \times \exp(0,0492 \times T_{\text{max}} - 0,1441 \times T_{\text{min}} + 0,1328 \times T_{\text{med}} + 0,0482 \times H_{\text{rmax}} - 0,0232 \times H_{\text{rmin}} + 0,0173 \times H_{\text{rmed}}) \times \text{edad})$, el cual demostró su eficiencia durante cinco campañas de la papa en la Empresa de Cultivos Varios de Horquita.

Palabras clave: *Solanum tuberosum*, *Alternaria solani*, modelos matemáticos, diagnóstico

ABSTRAC

A study to know the best mathematical modeling for several biological parameters of *Alternaria solani* Sor., causal agent of potato early blight disease, depending on the age of the cultivation and meteorological variables was developed with the information of the dynamics of the disease during 15 potato campaigns. Linear models were not efficient, while the best adjustment and reliability to characterize the dispersion rate of the disease was achieved with the exponential model: $Y = 1 - \exp -(\exp(-24,2205) \times (\text{age}^4)^{0,083}) \times \exp(0,0492 \times T_{\text{max}} - 0,1441 \times T_{\text{min}} + 0,1328 \times T_{\text{med}} + 0,0482 \times H_{\text{rmax}} - 0,0232 \times H_{\text{rmin}} + 0,0173 \times H_{\text{rmed}}) \times \text{age})$, which demonstrated its efficiency during five potato growing seasons in the Varied Crops Enterprise of Horquita in Cienfuegos.

Key words: *Solanum tuberosum*, *Alternaria solani*, mathematical models, diagnosis

INTRODUCCIÓN

A nivel mundial la producción de papa en el período 1991-1993 fue de 275 millones de toneladas en un área de 18 millones de hectáreas, con un rendimiento promedio alcanzado de 15,3 t/ha. En Cuba se dedicaron al cultivo 96 000 ha con rendimientos promedio de 11 t/ha en el período 1962-1963, y en las últimas décadas ascendieron hasta 231 000 ha en el período 1991-1993, con rendimientos de 15 t/ha [FAO, 1995].

Según Hernández (1983), el cultivo es muy afectado en Cuba por el tizón tardío (*Phytophthora infestans* (Mont) De Bary) y el tizón temprano (*Alternaria solani* Sor.), la sarna común (*Streptomyces scabies* (Thaxt)), la rizoctoniasis (*Rhizoctonia solani* Kuhn), así como las pudriciones blandas y pierna negra, cuyo agente causal es la bacteria *Erwinia* spp.

Durante el quinquenio 1993-1998 todas las provincias del país, con la excepción de La Habana, sufrieron mayor incidencia del tizón temprano (*A. solani*) que del tardío (*P. infestans*), aunque por la naturaleza repentina de los ataques, los de

este último resultaron más drásticos. En cinco provincias (Matanzas, Cienfuegos, Villa Clara, Ciego de Ávila y Camagüey) *A. solani* presentó un ataque intensamente superior al 25% en más de la tercera parte de las áreas. De ellas Cienfuegos resultó la más crítica, ya que un 46,1% de las áreas dedicadas al cultivo mostraron una intensidad de ataque superior al 25%. Estos datos explican la importancia que reviste hoy la patología.

Anderson y May (1986) y Cortiñas (1999) han propuesto la utilización de los métodos de modelación matemática para datos binomiales, que se utilizan para las epidemias de los hombres—también para enfermedades de las plantas—, siempre y cuando se disponga de datos de la proporción de individuos enfermos.

El objetivo del trabajo fue realizar la modelación matemática del desarrollo epidemiológico de *Alternaria solani* en función de la edad de las plantas y las condiciones meteorológicas.

MATERIALES Y MÉTODOS

Las investigaciones se realizaron en la Empresa de Cultivos Varios de Horquita, del municipio de Abreus, donde predominan los suelos ferralítico rojo típico y ferralítico rojo hidratado, y en el Laboratorio Provincial de Sanidad Vegetal ubicado en la Delegación Provincial del Ministerio de la Agricultura (MINAGRI). Para las investigaciones realizadas en la empresa, situada al sur de la provincia, la información meteorológica se obtuvo en una caseta estándar a 1,5 m de altura en el Puesto Meteorológico de la Estación Territorial de Protección de Plantas de Yaguaramas, ubicado en la propia empresa.

Modelación matemática de la enfermedad en función de la edad del cultivo y las variables meteorológicas por regresión lineal

Se analizaron los porcentajes de distribución y de intensidad de la enfermedad en cada evaluación semanal, las tasas de infección aparente del modelo de Gompertz y los incrementos de intensidad desde la campaña 1979-1980 hasta 1993-1994, para lo cual fueron seleccionadas 49 curvas epidemiológicas con el objetivo de determinar las relaciones entre estos indicadores, la edad del cultivo en días de plantado y las variables meteorológicas.

Las variables meteorológicas que se tuvieron en cuenta fueron: temperatura, humedad relativa máxima, mínima y precipitaciones diarias. Los datos se promediaron a 7, 14, y entre 8-14 días antes de cada muestreo. En cada uno de esos períodos se determinaron las nuevas variables meteorológicas, es decir, los valores promedio de la temperatura y humedad relativa máxima, media y mínima; la oscilación de temperatura y humedad relativa diaria, así como del total de lluvia y días lluviosos. Se obtuvieron también para esos períodos la frecuencia de días con temperatura mínima mayor de 18°C, media mayor de 22°C, máxima mayor de 27°C, humedad relativa mínima mayor de 60%, media mayor de 84% y máxima mayor de 90 y 95%.

De igual forma se obtuvo la temperatura y humedad relativa efectiva como la sumatoria de los valores por encima de determinados umbrales, tales como temperatura mínima > 17, 18 y 19 °C, media > 2, 19, 20, 21 y 22°C, máxima > 26, 27 y 28°C, humedad relativa mínima > 55 y 60%, media > 80 y 84%, y máxima > 90 y 95%. En todos los casos se calcularon tales variables, tres, cinco y siete días antes de cada evaluación.

Con la información procesada se realizó una matriz de correlación, así como un análisis de regresión paso a paso entre los indicadores biológicos de la enfermedad, la edad del cultivo y todas las variables meteorológicas antes men-

cionadas, para lo cual se utilizó el paquete estadístico SPSS para Windows, versión 8.

Modelación matemática de la dispersión de la enfermedad en función de la edad del cultivo y las variables meteorológicas

Para realizar el estudio se utilizó la información de la distribución de la enfermedad, la edad del cultivo y las variables meteorológicas de las 49 curvas epidemiológicas. Se realizó un análisis estadístico por medio del método de modelación matemática para datos binomiales recomendado para enfermedades infecciosas [Anderson y May, 1986; Cortiñas, 1999]. Para ello se empleó el porcentaje de distribución de la enfermedad, la edad del cultivo (días de plantado) y las variables meteorológicas temperatura máxima, mínima y media promedio, la humedad relativa máxima, mínima y media promedio, y el total de lluvia y días lluviosos, siete días antes de cada muestreo. La información se organizó según la edad del cultivo, y se relacionó con el promedio de la distribución o dispersión de la enfermedad en fracción (probabilidad) y de la lluvia semanal, y para el resto de las variables meteorológicas se tuvo en cuenta la moda o la mediana según recomendaciones de Cortiñas (1999).

El método sustenta que la probabilidad de dispersión de un agente infeccioso es $p = 1 - \exp(-\lambda(a) \times a)$. El proceso de estimación de la tasa de dispersión (λ) se realizó mediante el ajuste al modelo binomial, para lo cual se utilizaron cinco funciones de enlace del tipo log-log y logit, donde se incluyeron las variables meteorológicas en estudio de dos formas en las que se consideró a l como una función monótona de la edad y como dependiente de dos grupos de edades con dos pendientes.

El procesamiento se realizó con el paquete estadístico SAS System. Para la selección del modelo de mejor ajuste se tuvieron en cuenta los valores más bajos de los criterios mejorados de Akaike y el de Swarts, contenidos en ese paquete estadístico.

El modelo seleccionado se comprobó durante cuatro campañas del cultivo posteriores a las tenidas en cuenta en el análisis estadístico, para lo cual se utilizaron seis dinámicas de la enfermedad en la campaña 1994-1995, siete en 1995-1996, ocho en 1997-1998 y seis en 1998-1999. La información se organizó por edad del cultivo, y para cada una de ellas se determinó el promedio de la distribución de la enfermedad en fracción (probabilidad) y las modas o medianas de las variables climáticas que aparecen en el modelo. Para conocer la probabilidad de error, al considerar similar la serie de datos reales de dispersión de la enfermedad en cada campaña del cultivo con los estimados por el modelo matemático, se utilizó el test de signos para los rangos de Wilconson contenido en el SAS System.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Modelación matemática de la enfermedad en función de la edad del cultivo y las variables meteorológicas por regresión lineal

El porcentaje de distribución de la enfermedad fue la variable biológica que presentó los coeficientes de correlación más altos con la edad del cultivo y las variables meteorológicas, seguido del porcentaje de intensidad. La intensidad de la enfermedad presentó un coeficiente de correlación de 0,822 con la distribución, lo cual da una

medida de la estrecha relación que existe entre estos dos indicadores biológicos. Los coeficientes de correlación mayores de 0,25 fueron más frecuentes para el porcentaje de distribución, que alcanzó un valor de 0,797 con la edad del cultivo. Los valores de coeficientes de correlación más altos con las variables meteorológicas se obtuvieron para la temperatura máxima en varios de los períodos y formas en que se procesó, y en menor medida para la humedad relativa mínima siete y catorce días antes del muestreo, y para la temperatura media catorce días antes (Tabla 1).

Tabla 1. Coeficientes de correlación mayores de 0,25

Parámetros	Distribución (%)	Intensidad (%)	Gompit	K (Gompertz)	Incremento de intensidad
Distribución (%)	1,00**	0,822**	0,673**	-	0,629**
Intensidad (%)	0,822**	1,00**	0,841**	0,460**	0,797**
Gompit	0,673**	0,841**	1,00**	0,780**	0,744**
K (Gompertz)	-	0,460**	0,780**	1,00**	0,562**
Incremento de intensidad	0,629**	0,797**	0,744**	0,562**	1,00**
Días de plantación	0,797**	0,588**	0,466**	-	0,437**
T.máx 7 días	0,288**	0,262**	-	-	-
T.máx 8-14 días	0,294**	0,266**	-	-	-
T.máx 14 días	0,319**	0,276**	0,259**	-	-
T.med 14 días.	0,253**	-	-	-	-
Hr mín 7 días	0,265*	-	-	-	-
Hr mín 14 días	-0,283**	-	-	-	-
Hr med 7 días	-0,314**				
Osc. Hr 14 días	2,71**				
S T.med > 25 3 días	2,70**				
S T.máx > 25 7 días	0,297**	0,261**	-	-	0,265**
S T.máx > 26 5 días	0,286**	0,258**	-	-	0,258**
S T.máx > 26 7 días	0,294**	0,268**	-	-	0,272**
S T.máx 27 3 días	0,294**				
S T.máx > 27 5 días	0,310**	0,281**	-	-	0,280**
S T.máx > 27 7 días	0,293**	0,273**	-	-	0,278**

** : Significativos para $p < 0,01$.

En general predominaron los valores más altos de los coeficientes de correlación cuando las variables meteorológicas se procesaron siete días antes del muestreo, lo que resulta lógico si se tiene en cuenta que se comprobó en los estudios epidemiológicos [Castellanos, 2000], que el período de incubación varió entre dos y seis días, y la duración de la generación entre cinco y quince. La correlación negativa con la humedad relativa mínima no puede interpretarse como que este factor es negativo a la enfermedad, sino que en las condiciones de Cuba la humedad relativa alta, en el período invernal, está asociada a la entrada de frentes fríos con un cambio general en el estado del tiempo, donde se presentan además temperaturas bajas, nublados y lluvias [Lecha, 1994], y que, según Mayea *et al.* (1975) y Gómez (1999), favorecen al tizón tardío causado por *Phytophthora infestans* Mont; pero como

demonstró Castellanos (2000), alargan el período de incubación y la duración de la generación de *A. solani*.

De los modelos matemáticos lineales obtenidos por el método de regresión paso a paso para el porcentaje de distribución de la enfermedad, el mejor fue el que incluyó los días de brotado el cultivo, la temperatura máxima promedio durante catorce días, la oscilación de humedad relativa durante ese mismo tiempo, la temperatura efectiva máxima por encima de 18 y 19°C durante siete días, y la humedad relativa máxima > 95% durante cinco días, con un coeficiente de determinación ajustado de 0,666 (Tabla 2).

Para el porcentaje de intensidad el mejor modelo solo alcanzó un coeficiente de determinación ajustado de 0,388, y quedó en función de las temperaturas máximas prome-

dio durante catorce días, la temperatura máxima efectiva por encima de 25°C durante cinco días, los días de brotado el cultivo y la humedad relativa máxima efectiva por

encima de 90% durante siete días. Para el incremento de intensidad de ataque semanal los coeficientes de determinación ajustados fueron muy bajos.

Tabla 2. Resumen de los modelos para la distribución de la enfermedad (%) por el método de regresión paso a paso

Modelo	r	R ²	R ² ajustado	Error estándar de la estimación
1	0,775 a	0,600	0,599	23,18326
2	0,797 b	0,635	0,633	22,18560
3	0,802 c	0,644	0,641	21,93964
4	0,810 d	0,656	0,652	21,58463
5	0,813 e	0,661	0,656	21,46587
6	0,816 f	0,666	0,661	21,33252
7	0,818 g	0,670	0,663	21,24022
8	0,821 h	0,673	0,666	21,14881

a Predictores: constante, D. brot.

b Predictores: constante, D. brot., Tmax

c Predictores: constante, D. brot., Tmax 14 DLL 14

d Predictores: constante, D. brot., Tmax 14 DLL 14, OSCHR 14

e Predictores: constante, D. brot., Tmax 14 DLL 14, OSCHR 14, FHMA9014

f Predictores: constante, D. brot., Tmax 14 DLL 14, OSCHR 14, FHMA9014, Tm 18-7

g Predictores: constante, D. brot., Tmax 14 DLL 14, OSCHR 14, FHMA9014, Tm 18-7, Tm19-7

h Predictores: constante, D. brot., Tmax 14 DLL 14, OSCHR 14, FHMA9014, Tm 18-7, Tm19-7, hrm95-5

Modelación matemática de la dispersión de la enfermedad en función de la edad del cultivo y las variables meteorológicas

El resultado del análisis estadístico para la modelación matemática no lineal de la probabilidad de dispersión de la enfermedad arrojó que un modelo que utilizó una función Log-log como enlace, con un grupo de edades y donde participan como predictores la edad y seis variables meteorológicas, manifestó los valores más bajos de los criterios mejorados de Akaike y de Swarts, por lo que se consideró el de mejor ajuste (*Tabla 3*). En este modelo exponencial creciente participan la edad del cultivo en días de plantado, la temperatura máxima, mínima y media, y la humedad relativa máxima, mínima y media, siete días antes de cada evaluación, y su expresión matemática es:

$$Y = 1 - \exp(-(\exp(-24,2205) \times (\text{edad} \wedge 4,083) \times \exp(0,0492 \times T_{\text{máx}} - 0,1441 \times T_{\text{mín}} + 0,1328 \times T_{\text{med}} + 0,0482 \times H_{\text{r máx}} - 0,0232 \times H_{\text{r mín}} + 0,0173 \times H_{\text{r med}}) \times \text{edad}))$$

El criterio mejorado de Akaike fue recomendado por Lake *et al.* (1997) para la selección del modelo de mejor ajuste en los procesos estadísticos de modelación matemática por ser más fuerte que el coeficiente de determinación ajustado, y según Marín y Almacellas (1998) penaliza en mayor medida el número de parámetros en la ecuación.

Las variables meteorológicas temperatura máxima y media, y la humedad relativa máxima y media aportan positivamente, y el resto de forma negativa. Los menores aportes fueron de la temperatura máxima y la humedad relativa media, pero con una probabilidad de error en la prueba de X^2 menor de 0,023 (*Tabla 4*). La temperatura y la humedad relativa tienen, de alguna forma, un rol importante en el comportamiento epidemiológico de *Alternaria solani*. Son variables meteorológicas que se tuvieron en cuenta en anteriores métodos de pronóstico del tizón temprano como el de Gómez *et al.* (1990).

El modelo logró un buen ajuste a la dinámica de los crecimientos y decrecimientos de los valores originales observados (*Fig. 1*). El análisis de los residuos corroboró la confiabilidad de este modelo al distribuirse los datos uniformemente, sin ningún patrón de comportamiento (*Fig. 2*). El modelo permite conocer la probabilidad de encontrar plantas enfermas en el campo de forma dinámica, en dependencia de la edad de la planta y las condiciones meteorológicas de humedad relativa y temperatura que concurren, y por consiguiente inferir la intensidad de ataque, variable estrechamente relacionada con la distribución, como se demostró anteriormente. El conocimiento de la probabilidad de dispersión del tizón temprano tiene gran utilidad, ya que permite tomar decisiones en edades tempranas del cultivo con respecto a las medidas de control. Una rápida dispersión de la enfermedad indicará la ocurrencia de condiciones favorables del tiempo y redun-

dará en una severidad de ataque alta, si las medidas curativas no logran la efectividad requerida.

La comprobación del modelo matemático exponencial durante cuatro campañas en la Empresa de Cultivos Varios de Horquita arrojó que la serie de datos observa-

dos de la probabilidad de dispersión de la enfermedad era similar al de los valores estimados por el modelo matemático, con un margen de error menor al 1,2% ($p < 0,012$), lo que representa un alto nivel de confiabilidad.

Tabla 3. Resumen de los modelos para la dispersión de la enfermedad por datos binomiales

Modelo	Función de enlace	Número de grupos	Número de parámetros	Criterio de Akaike	Criterio de Swarts
1	Logit	1	6	6 180,39	822,59
2	Logit	2	12	10 962,65	10 899,63
3	Log-log	1	10	10 962,65	10 889,63
4	Log-log	1	8	6 164,71	6 200,51
5	Log-log	2	12	8 584,60	6 654,47

1 Predictores: constante, edad, Tmin., Tmed., Hrmáx, Hrmin.

2 Predictores: constante, edad, edad1, edad2, Lluv., T máx., T mín., T med., Hrmáx, Hrmin., Hrmed. D. lluv.

3 Predictores: constante, edad, Lluv., Tmáx., Tmín., T med., Hrmáx, Hrmin., Hrmed. D. lluv.

4 Predictores: constante, edad, Tmáx., Tmín., Tmed., Hrmáx, Hrmin., Hrmed.

5 Predictores: constante, edad, edad1, edad2, Lluv., Tmáx., Tmín., T med., Hrmáx, Hrmin., Hrmed. D. lluv.

Tabla 4. Análisis de máxima igualdad estimada para los parámetros del modelo de mejor ajuste

Variables	Parámetro estimado	Error estándar	Probabilidad de error χ^2
β_0 (intercepto)	-24,2205	1,3961	0,0001
β_1 (edad)	4,0830	0,1076	0,0001
β_2 (temp. máxima)	0,0492	0,0215	0,0228
β_3 (temp. mínima)	-0,1441	0,0237	0,0001
β_4 (temp. media)	0,1328	0,0289	0,0001
β_5 (Hr máxima)	0,0482	0,00954	0,0001
β_6 (Hr mínima)	-0,0232	0,00672	0,0006
β_7 (Hr media)	0,0178	0,00734	0,0185

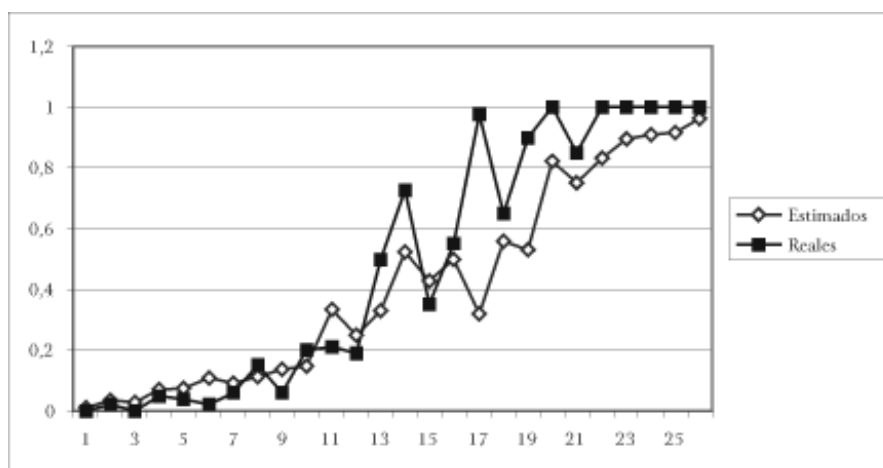


Figura 1. Probabilidad de dispersión del tizón temprano (campaña 1994-1995).

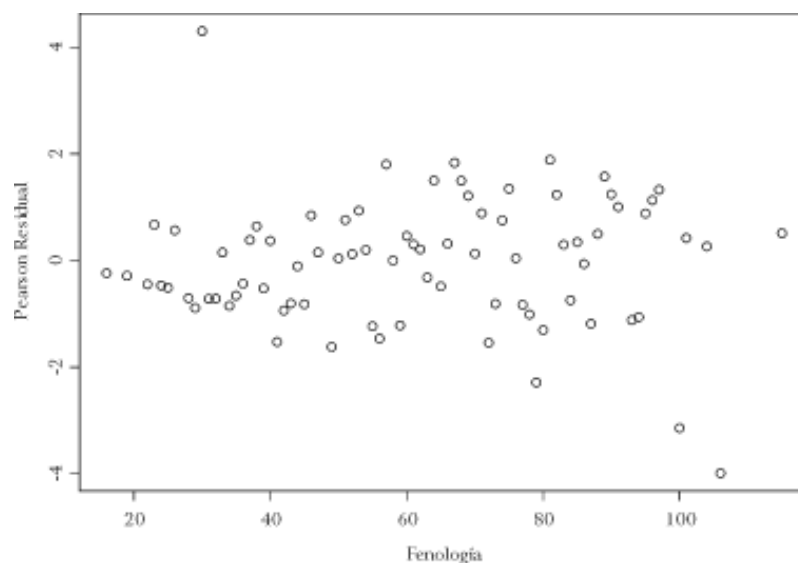


Figura 2. Análisis de los residuos del modelo exponencial seleccionado.

CONCLUSIONES

- Los modelos lineales resultaron menos efectivos para explicar el desarrollo epidemiológico de *Alternaria solani* en el cultivo de la papa.
- El modelo exponencial para datos binomiales en función de la edad de las plantas y seis variables climáticas $Y = 1 - \exp(-(\exp(-24,2205) \times (\text{edad}^4,083) \times \exp(0,0492 \times T_{\text{máx}} - 0,1441 \times T_{\text{mín}} + 0,1328 \times T_{\text{med}} + 0,0482 \times H_{\text{máx}} - 0,0232 \times H_{\text{mín}} + 0,0173 \times H_{\text{med}}) \times \text{edad}))$ demostró el mejor ajuste y gran confiabilidad para explicar la tasa de dispersión del tizón temprano.

REFERENCIAS

- Anderson, R. M.; R. M. May: «The Invasion, Persistence and Spread of Infectious Diseases Within Animal and Plant Communities», *Philosophical Transaction of Royal Society of London* 314:533-570, 1986.
- Castellanos, L.: «Nocividad, epidemiología y manejo del tizón temprano (*Alternaria solani* Sor.) en el cultivo de la papa». Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Agrícolas, Universidad Central Martha Abreu, Villa Clara, Cuba, 2000.
- Cortiñas, J.: «Metodología de regionalización». Informe final de etapa de investigación, INISAV, La Habana, 1999.
- Centro Nacional de Sanidad Vegetal.(CNSV): «Informe de campaña del cultivo de la papa», La Habana, 1998.
- FAO: *La papa en la década de 1990. Situación y perspectivas de la economía de la papa a nivel mundial*, Roma, 1995.
- Gómez, G.; J. Rodríguez; L. Castellanos: «Pronóstico a corto plazo de *Alternaria solani* en papa y tomate». Resúmenes. II Seminario Científico Internacional de Sanidad Vegetal, La Habana, 1990, p. 189.
- Gómez, G.: «Sistema de pronóstico para el tizón tardío de la papa causado por *Phytophthora infestans* Mont (De Bary) en Cuba». Resumen de tesis para alcanzar el grado de Doctor en Ciencias, INISAV, La Habana, 1999.
- Hernández, S.: «Estudio sobre las enfermedades del tizón tardío y temprano de la papa». Tesis de grado, Universidad Central Martha Abreu, Villa Clara, Cuba, 1983.
- Lake, J. V.; G. R. Bock; J. A. Goode: *Precision Agriculture: Spatial and Temporal Variability of Environmental Quality*, Ciba Foundation Symposium-210, New York, 1997.
- Lecha, B. L.; L. R. Paz; B. Lapinel: *El clima de Cuba*. Ed. Academia, La Habana, 1994.
- Marín, J. V.; J. Almacellas: «Análisis de datos en los experimentos de control de las enfermedades», *Phytoma* 103:102-107, 1998.
- Mayea, S.; A. Alonso; J. Gerardo; O. Saucedo: «Algunos métodos para el pronóstico del tizón tardío de la papa y posibilidades de su utilización en Cuba», *Centro Agrícola* 2(2-3):77-85, 1975.